ΑΟΘ
Κόστος ευκαιρίας και ΚΠΔ

Θεωρία σε μία σελίδα, 5 λυμένες ασκήσεις με σκεπτικό, 6 ερωτήσεις Σωστό/Λάθος και 4 ασκήσεις για εξάσκηση με απαντήσεις.

Τι περιέχει	
1	Θεωρία: κόστος ευκαιρίας, πίνακας και καμπύλη παραγωγικών δυνατοτήτων
2	5 λυμένες ασκήσεις με σκεπτικό και διάγραμμα
3	Σωστό / Λάθος με αιτιολόγηση
4	4 ασκήσεις για εξάσκηση
5	Απαντήσεις

Οι αριθμοί και τα παραδείγματα είναι πρωτότυπα και φτιάχτηκαν για αυτό το δείγμα. Έλεγξε πάντα τους ορισμούς με το σχολικό βιβλίο και με την τρέχουσα εξεταστέα ύλη.

1. Θεωρία σε μία σελίδα

Κόστος ευκαιρίας ενός αγαθού ή μιας επιλογής είναι η **αξία της καλύτερης εναλλακτικής που θυσιάζουμε** για να την αποκτήσουμε. Δεν είναι το άθροισμα όλων των εναλλακτικών, μόνο η **επόμενη καλύτερη**.

Πίνακας και καμπύλη παραγωγικών δυνατοτήτων (ΚΠΔ)

Ο πίνακας δείχνει τους **μέγιστους συνδυασμούς** δύο αγαθών που μπορούν να παραχθούν όταν οι πόροι και η τεχνολογία χρησιμοποιούνται πλήρως και αποδοτικά. Η ΚΠΔ είναι η γραμμή που ενώνει αυτούς τους συνδυασμούς.

Πώς υπολογίζω το κόστος ευκαιρίας όταν μετακινούμαι από ένα συνδυασμό σε άλλο

- **Ποσότητα που θυσιάζω:** η διαφορά (μείωση) στο ένα αγαθό.
- **Ποσότητα που κερδίζω:** η διαφορά (αύξηση) στο άλλο αγαθό.
- **Κόστος ευκαιρίας ανά μονάδα** του αγαθού που κερδίζω = (θυσία) ÷ (κέρδος).

Τι σημαίνει κάθε σημείο

Θέση σημείου	Τι σημαίνει
Πάνω στην ΚΠΔ	Εφικτός και αποδοτικός συνδυασμός (πλήρης και αποδοτική χρήση πόρων)
Μέσα στην ΚΠΔ (προς την αρχή των αξόνων)	Εφικτός αλλά με υποαπασχόληση ή μη αποδοτική χρήση πόρων
Έξω από την ΚΠΔ	Ανέφικτος με τους διαθέσιμους πόρους και την τεχνολογία

Αυξανόμενο κόστος ευκαιρίας

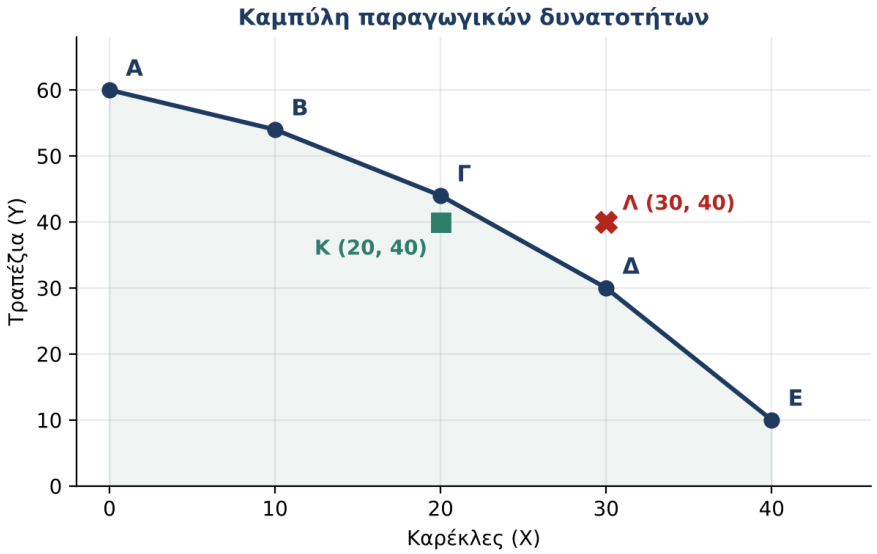
Όσο παράγουμε περισσότερο από ένα αγαθό, τόσο **περισσότερο** από το άλλο θυσιάζουμε για κάθε επιπλέον μονάδα. Το βλέπουμε στο ότι η ΚΠΔ έχει κοίλη μορφή προς τα έξω. Ο λόγος: οι πόροι δεν είναι εξίσου κατάλληλοι για την παραγωγή και των δύο αγαθών.

Τεχνική για τις εξετάσεις: γράψε πάντα πρώτα τη **θυσία** και το **κέρδος** ξεχωριστά και μετά τη διαίρεση. Έτσι, ακόμα κι αν κάνεις λάθος στην πράξη, παίρνεις μονάδες για τη σωστή σκέψη.

2. Λυμένες ασκήσεις

Μια επιχείρηση παράγει καρέκλες (Χ) και τραπέζια (Υ) με τους διαθέσιμους πόρους της. Οι δυνατοί συνδυασμοί φαίνονται στον πίνακα.

Συνδυασμός	Α	Β	Γ	Δ	Ε
Καρέκλες (Χ)	0	10	20	30	40
Τραπέζια (Υ)	60	54	44	30	10



Άσκηση 1 — Κόστος ευκαιρίας ανά καρέκλα

Εκφώνηση: Πόσο είναι το κόστος ευκαιρίας για κάθε επιπλέον καρέκλα όταν η επιχείρηση μετακινείται από το συνδυασμό Β στο Γ;

ΠΩΣ ΤΟ ΣΚΕΦΤΟΜΑΙ

Δύο βήματα: βρίσκω τι χάνω (τραπέζια) και τι κερδίζω (καρέκλες) και τα διαιρώ. Το «ανά καρέκλα» μου λέει ότι το κέρδος είναι στον παρονομαστή.

ΛΥΣΗ

Από Β (10, 54) σε Γ (20, 44):

Κέρδος: 20 − 10 = 10 καρέκλες. Θυσία: 54 − 44 = 10 τραπέζια.

Κόστος ευκαιρίας ανά καρέκλα = 10 ÷ 10 = **1 τραπέζι**.

⚠ Μην αντιστρέφεις τη διαίρεση: το ανά καρέκλα σημαίνει θυσία ÷ κέρδος καρεκλών, όχι το αντίστροφο.

Άσκηση 2 — Αντίθετη κατεύθυνση

Εκφώνηση: Πόσο είναι το κόστος ευκαιρίας ανά τραπέζι όταν η επιχείρηση μετακινείται από το Γ στο Β;

ΠΩΣ ΤΟ ΣΚΕΦΤΟΜΑΙ

Τώρα το κέρδος είναι σε τραπέζια και η θυσία σε καρέκλες. Αλλάζω τον ρόλο των αγαθών, όχι τη μέθοδο.

ΛΥΣΗ

Από Γ (20, 44) σε Β (10, 54):

Κέρδος: 54 − 44 = 10 τραπέζια. Θυσία: 20 − 10 = 10 καρέκλες.

Κόστος ευκαιρίας ανά τραπέζι = 10 ÷ 10 = **1 καρέκλα**.

Άσκηση 3 — Που βρίσκεται το σημείο;

Εκφώνηση: Η επιχείρηση εξετάζει δύο συνδυασμούς: Κ = (20 καρέκλες, 40 τραπέζια) και Λ = (30 καρέκλες, 40 τραπέζια). Για καθέναν, να εξηγήσεις αν είναι εφικτός και αν είναι αποδοτικός.

ΠΩΣ ΤΟ ΣΚΕΦΤΟΜΑΙ

Για κάθε συνδυασμό ψάχνω στον πίνακα το μέγιστο Υ που αντιστοιχεί στο Χ του σημείου και συγκρίνω.

ΛΥΣΗ

Κ: για Χ = 20 το μέγιστο Υ είναι 44. Το 40 < 44, άρα το Κ είναι **μέσα στην ΚΠΔ**: εφικτός αλλά όχι αποδοτικός (υποαπασχόληση πόρων).

Λ: για Χ = 30 το μέγιστο Υ είναι 30. Το 40 > 30, άρα το Λ είναι **έξω από την ΚΠΔ**: ανέφικτος με τους σημερινούς πόρους.

⚠ Δεν αρκεί να πεις «εφικτός» ή «ανέφικτος». Στις εξετάσεις ζητούν αιτιολόγηση με σύγκριση αριθμών.

Άσκηση 4 — Αυξάνεται το κόστος ευκαιρίας;

Εκφώνηση: Να υπολογίσεις το κόστος ευκαιρίας ανά καρέκλα σε κάθε μετακίνηση (Α→Β, Β→Γ, Γ→Δ, Δ→Ε) και να εξηγήσεις τι παρατηρείς.

ΠΩΣ ΤΟ ΣΚΕΦΤΟΜΑΙ

Κάθε μετακίνηση είναι ίδια με την Άσκηση 1. Κάνω ένα πίνακα και μετά σχολιάζω το μοτίβο.

ΛΥΣΗ

Σε κάθε μετακίνηση κερδίζω 10 καρέκλες.

Α→Β: θυσία 60 − 54 = 6 τραπέζια, άρα 6 ÷ 10 = **0,6**.

Β→Γ: θυσία 54 − 44 = 10, άρα 10 ÷ 10 = **1,0**.

Γ→Δ: θυσία 44 − 30 = 14, άρα 14 ÷ 10 = **1,4**.

Δ→Ε: θυσία 30 − 10 = 20, άρα 20 ÷ 10 = **2,0**.

Το κόστος ευκαιρίας **αυξάνεται** (0,6 → 1,0 → 1,4 → 2,0). Αυτό είναι το αυξανόμενο κόστος ευκαιρίας και εξηγεί τη μορφή της ΚΠΔ.

Άσκηση 5 — Κόστος ευκαιρίας μιας ατομικής επιλογής

Εκφώνηση: Ένας μαθητής έχει ένα απόγευμα 3 ωρών ελεύθερο και σκέφτεται τρεις επιλογές: (α) να διαβάσει ΑΟΘ, (β) να δουλέψει στο φροντιστήριο με αμοιβή 24 €, (γ) να παίξει μπάσκετ με τους φίλους του (αξίζει γι' αυτόν όσο 15 €). Διαλέγει το (α). Ποιο είναι το κόστος ευκαιρίας της επιλογής του;

ΠΩΣ ΤΟ ΣΚΕΦΤΟΜΑΙ

Κόστος ευκαιρίας είναι η **καλύτερη** εναλλακτική που θυσιάζω, όχι όλες. Συγκρίνω τις δύο εναλλακτικές που έμειναν.

ΛΥΣΗ

Οι εναλλακτικές που θυσιάζει είναι οι (β) 24 € και (γ) 15 €.

Η καλύτερη είναι η (β), άρα το κόστος ευκαιρίας είναι **24 €** (η αμοιβή που χάνει).

⚠ Τα 24 € και τα 15 € δεν προστίθενται (39 € είναι λάθος): ο μαθητής θα έκανε μόνο μία από τις δύο.

3. Σωστό ή Λάθος;

Για κάθε πρόταση γράψε Σ ή Λ και αιτιολόγησε σε μία γραμμή. Οι απαντήσεις είναι στο τέλος.

#	Πρόταση	Σ / Λ	Αιτιολόγηση
1	Το κόστος ευκαιρίας μιας επιλογής είναι το άθροισμα της αξίας όλων των εναλλακτικών που θυσιάζονται.		
2	Ένας συνδυασμός που βρίσκεται πάνω στην ΚΠΔ είναι εφικτός.		
3	Ένας συνδυασμός μέσα στην ΚΠΔ δείχνει ότι οι πόροι χρησιμοποιούνται αποδοτικά.		
4	Ένας συνδυασμός έξω από την ΚΠΔ δεν μπορεί να παραχθεί με τους διαθέσιμους πόρους και την τεχνολογία.		
5	Όταν το κόστος ευκαιρίας ανά μονάδα ενός αγαθού αυξάνεται, η ΚΠΔ έχει μορφή κοίλη προς τα έξω.		
6	Αν η τεχνολογία βελτιωθεί, ο ίδιος πίνακας συνδυασμών παραμένει ο ίδιος.		

4. Ασκήσεις για εξάσκηση

Μια επιχείρηση παράγει μηχανήματα (Χ) και ρομπότ (Υ). Οι δυνατοί συνδυασμοί:

Συνδυασμός	Α	Β	Γ	Δ
Μηχανήματα (Χ)	0	5	10	15
Ρομπότ (Υ)	30	28	22	10

Εξάσκηση 1

Να υπολογίσεις το κόστος ευκαιρίας ανά μηχάνημα σε κάθε μετακίνηση (Α→Β, Β→Γ, Γ→Δ) και να εξηγήσεις αν αυξάνεται.

Εξάσκηση 2

Να υπολογίσεις το κόστος ευκαιρίας ανά ρομπότ όταν η επιχείρηση μετακινείται από το Β στο Α.

Εξάσκηση 3

Να εξετάσεις αν οι συνδυασμοί Ζ = (10 μηχανήματα, 25 ρομπότ) και Η = (5 μηχανήματα, 25 ρομπότ) είναι εφικτοί και αν είναι αποδοτικοί.

Εξάσκηση 4

Ένας φοιτητής έχει ένα Σάββατο και σκέφτεται: ταξίδι (αξία 40 €), δουλειά (αμοιβή 55 €), ύπνος και ξεκούραση (αξία 20 €). Διαλέγει τη δουλειά. Ποιο είναι το κόστος ευκαιρίας της επιλογής του;

5. Απαντήσεις

Εξάσκηση 1

Σε κάθε μετακίνηση κερδίζω 5 μηχανήματα.

Α→Β: 30 − 28 = 2 ρομπότ, άρα 2 ÷ 5 = **0,4**.

Β→Γ: 28 − 22 = 6, άρα 6 ÷ 5 = **1,2**.

Γ→Δ: 22 − 10 = 12, άρα 12 ÷ 5 = **2,4**.

Αυξάνεται (0,4 → 1,2 → 2,4): αυξανόμενο κόστος ευκαιρίας.

Εξάσκηση 2

Από Β (5, 28) σε Α (0, 30): κέρδος 30 − 28 = 2 ρομπότ, θυσία 5 − 0 = 5 μηχανήματα.

Κόστος ευκαιρίας ανά ρομπότ = 5 ÷ 2 = **2,5 μηχανήματα**.

Εξάσκηση 3

Ζ (10, 25): για Χ = 10 το μέγιστο Υ είναι 22. Το 25 > 22, άρα **ανέφικτος**.

Η (5, 25): για Χ = 5 το μέγιστο Υ είναι 28. Το 25 < 28, άρα **εφικτός αλλά όχι αποδοτικός** (μέσα στην ΚΠΔ).

Εξάσκηση 4

Θυσιάζει το ταξίδι (40 €) και τον ύπνο (20 €). Η καλύτερη εναλλακτική που χάνει είναι το ταξίδι.

Κόστος ευκαιρίας = **40 €** (όχι 60 €).

Σωστό / Λάθος

1. **Λ** — Είναι η αξία της καλύτερης εναλλακτικής, όχι το άθροισμα.
2. **Σ** — Οι συνδυασμοί πάνω στην ΚΠΔ είναι οι μέγιστοι εφικτοί.
3. **Λ** — Δείχνει υποαπασχόληση ή μη αποδοτική χρήση πόρων.
4. **Σ** — Είναι ανέφικτος στην παρούσα κατάσταση.
5. **Σ** — Αυτή είναι η γραφική εικόνα του αυξανόμενου κόστους ευκαιρίας.
6. **Λ** — Η βελτίωση της τεχνολογίας επιτρέπει περισσότερα και η ΚΠΔ μετατοπίζεται προς τα έξω.